УДК 519.71:339.13 http://doi.org/10.35854/1998-1627-2020-10-1148-1157

Методический подход к выявлению оптимальной стратегии рыночного поведения фирм на основе нечеткого игрового моделирования

Вилков В. Б.[1], Плотников В. А.[2 3], Плотников П. В.[4] , Черных А. К.[5]

[1] *Военная академия материально-технического обеспечения им. генерала армии А. В. Хрулёва, Санкт-Петербург, Россия*

[2] *Санкт-Петербургский государственный экономический университет, Санкт-Петербург, Россия*

[3] *Санкт-Петербургский университет технологий управления и экономики, Санкт-Петербург, Россия*

[4] *Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, Россия*

[5] *Санкт-Петербургский военный ордена Жукова институт войск национальной гвардии Российской Федерации, Санкт-Петербург, Россия*

Исследование направлено на моделирование стратегий рыночного поведения фирм в условиях реальных («не чистых») рынков.

Цель. Разработка инструментария оптимизации (по критерию максимизации прибыли) рыночного поведения фирм, базирующегося на достижениях современной математики.

Задачи. Описать теоретические подходы к моделированию поведения фирм; определить задачу моделирования рыночного поведения фирмы в терминах теории игр; модифицировать игровую модель за счет имплементации в нее элементов теории нечеткой логики и нечетких множеств; сформировать и апробировать методический подход к выявлению оптимального поведения фирм на основе нечеткого игрового моделирования.

Методология. При проведении исследования использованы общая методология экономико-математического моделирования, положения неоклассической и институциональной теории фирмы, инструментарий теории игр и теории нечеткой логики и нечетких множеств.

Результаты. Определена оптимальная стратегия рыночного поведения для фирм, продающих одинаковый товар. Реализация этой стратегии ориентирует на максимизацию прибыли с учетом несовершенства реальных рынков. Предложено строгое решение этой задачи, основанное на положениях теории игр, теории нечетких множеств и нечеткой логики. Разработанный методический подход к выявлению оптимальной стратегии рыночного поведения фирм на основе нечеткого игрового моделирования проиллюстрирован на содержательном примере.

Выводы. Разработанный и апробированный методический подход к выявлению оптимальной стратегии рыночного поведения фирм на основе нечеткого игрового моделирования, описанный в статье, позволяет фирмам осуществлять поиск оптимальных стратегий с учетом несовершенства реальных рынков. Он может применяться для теоретического моделирования поведения фирм в условиях «нечистого» рынка, в том числе в отношении смешанной экономики, где существует та или иная степень планово-административного влияния на хозяйственные процессы со стороны государства. Предложенный подход может быть рекомендован к использованию менеджментом фирм для разработки и реализации конкурентных стратегий.

Ключевые слова: *теория фирмы*, *рыночное поведение*, *максимизация прибыли фирмой*, *стратегия фирмы*, *бескоалиционная игра*, *нечеткий выигрыш*, *нечеткое множество*, *решение бескоалиционной игры в чистых стратегиях*.

Для цитирования: Вилков В. Б., Плотников В. А., Плотников П. В., Черных А. К. Методический подход к выявлению оптимальной стратегии рыночного поведения фирм на основе нечеткого игрового моделирования // *Экономика и управление*. 2020. Т. 26. № 10. С. 1148–1157. http://doi.org/10.35854/1998-1627-2020-10-1148-1157

A Methodological Approach to Identifying the Optimal Market Behavior Strategy Based on Fuzzy Game Modeling

Vilkov V. B.[1], **Plotnikov V. A.**[2 3], **Plotnikov P. V.**[4], **Chernykh A. K.**[5]

[1] *Military Academy of Logistics Named after Army General A.V. Khruleva, Petergof, St. Petersburg, Russia*

[2] *St. Petersburg State University of Economics, St. Petersburg, Russia*

[3] *St. Petersburg University of Management Technologies and Economics, St. Petersburg, Russia*

[4] *The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications, St. Petersburg, Russia*

[5] *St. Petersburg Military Order of Zhukov Institute of National Guard Troops of the Russian Federation, St. Petersburg, Russia*

The presented study models market behavior strategies for firms in real ("impure") markets.

Aim. The presented study aims to develop tools for optimizing (according to the criterion of profit maximization) the market behavior of firms based on the achievements of modern mathematics.

Tasks. The authors describe theoretical approaches to modeling the behavior of firms; define the problem of modeling the market behavior of firms in the language of game theory; modify the game model by implementing elements of the theory of fuzzy logic and fuzzy sets; develop and test a methodological approach to identifying the optimal behavior of firms based on fuzzy game modeling.

Methods. This study uses general methods of economic and mathematical modeling, provisions of neoclassical and institutional firm theory, tools of game theory and the theory of fuzzy logic and fuzzy sets.

Results. The optimal market behavior strategy for firms selling the same product is determined. The implementation of this strategy focuses on maximizing profits with allowance for the imperfections of real markets. A rigorous solution to this problem is proposed, based on the provisions of game theory, theory of fuzzy sets and fuzzy logic. The developed methodological approach to identifying the optimal market behavior strategy based on fuzzy game modeling is illustrated by a meaningful example.

Conclusions. The developed and tested methodological approach to identifying the optimal market behavior strategy based on fuzzy game modeling described in the article allows firms to search for optimal strategies with allowance for the imperfections of real markets. It can be used for theoretical modeling of the behavior of firms in an "impure" market, including in a mixed economy, where the government has a certain degree of planning and administrative influence on economic processes. The proposed approach can be recommended for use by the management of firms in the development and implementation of competitive strategies.

Keywords: *firm theory*, *market behavior*, *profit maximization*, *firm strategy*, *coalition-free game*, *fuzzy win*, *fuzzy set*, *solution of a coalition-free game in pure strategies.*

For citation: Vilkov V.B., Plotnikov V.A., Plotnikov P.V., Chernykh A.K. A Methodological Approach to Identifying the Optimal Market Behavior Strategy Based on Fuzzy Game Modeling. *Ekonomika i upravlenie = Economics and Management.* 2020;26(10):1148-1157 (In Russ.). http://doi.org/10.35854/1998-1627-2020-10-1148-1157

Введение

Подобно тому, как любой организм сложен из клеток, а вещество из молекул, основным «строительным материалом» экономической системы являются фирмы, характеристики которых, в том числе структура, отраслевое распределение, количество, динамика деятельности, иные, предопределяют облик этой системы. Ввиду этого анализу фирм в современных экономических исследованиях традиционно уделяется большое внимание [1; 2; 3; 4; 5].

При всем многообразии подходов к проведению такого анализа и его многоаспектности достигнут общий консенсус относительно того факта, что стратегия действия фирм в условиях рыночной экономики направлена на получение максимальной прибыли. Современные экономики признать «рыночными» в том смысле, как это представлено в теоретических источниках, по мнению авторов, затруднительно. Скорее, все современные экономики стран мира (за редкими исключениями, к которым можно отнести, например, экономику Корейской Народно-Демократической Республики) являются смешанными [6; 7; 8], т. е. даже при официальном декларировании нерыночного характера экономики, что часто происходит в политических целях, в ней всегда присутствует более или менее развитый рыночный сектор.

Концепция максимальной прибыли зачастую обоснованно подвергается критике. Спорность мотива фирм в стремлении к максимальной прибыли нашла отражение и в российском законодательстве. Определение предпринимательской деятельности, приведенное в ст. 2 Гражданского кодекса Российской Федерации, устанавливает, что «предпринимательской является самостоятельная, осуществляемая на свой риск деятельность, направленная на систематическое получение прибыли от использования имущества, продажи товаров, выполнения работ или оказания услуг лицами, зарегистрированными в этом качестве в установленном законом порядке». В данном случае речь идет о «получении», но не о «максимизации» прибыли. Вместе с тем следует признать, что при наличии, например, двух сопоставимых (по требуемым ресурсам и рискам) стратегий рыночного поведения, фирма, скорее всего, выберет ту из них, которая может принести бóльшую прибыль. Иными словами, «при прочих равных условиях» (словосочетание, нередко используемое в экономико-теоретических рассуждениях) фирма стремится к такой оптимизации своего рыночного поведения, когда критерием оптимальности выступает получение максимально возможной прибыли.

Как с теоретических, так и с практических позиций несомненный интерес вызывает подбор адекватного инструментария оптимизации рыночного поведения фирм. Разработка соответствующего методического подхода, базирующегося на достижениях современной математики, продуктивность которого сегодня не подвергается сомнению [9; 10], и является целью данной статьи.

Методология

Методической основой нашего исследования послужил математический аппарат теории игр. С использованием ее инструментария нами сделана попытка сформировать модель получения рыночной фирмой максимальной прибыли (в терминах теории игр – максимального выигрыша). Решение этой задачи с учетом ее не кабинетной, а практической постановки, существенно зависит от значительного количества факторов, которые в неоклассическом анализе фирмы «замораживаются». В учебной литературе в этом случае говорят о наличии «прочих равных условий». Но попытка применения таких теоретических моделей на практике указывает на их несовершенство.

Оно связано с тем обстоятельством, что четко разделить влияние на результирующий выигрыш фирмы (прибыль) совокупности разнообразных факторов практически нельзя. К числу подобных факторов можно отнести структурные характеристики рынка, уровень и тип конкуренции, возможности варьирования производства, следовательно, рыночного предложения. Помимо многообразия указанных факторов описывающая их информация подвержена оперативным изменениям, что еще более затрудняет ее корректный учет при моделировании. Поэтому в авторском подходе в дополнение к методам теории игр применяется математический аппарат теории нечетких множеств и нечеткой логики.

Предлагается обобщение результатов, полученных для матричных игр, что отражено и в статье А. К. Черных, В. Б. Вилкова [11], на случай бескоалиционных игр с конечным числом игроков. Ввиду указанного обстоятельства в ней рассматриваются нечеткие бескоалиционные игры n лиц, в которых выигрыши игроков в любых ситуациях задаются нечеткими числами. Для этих игр с использованием нечетких множеств вводится понятие нечеткого решения, являющееся обобщением понятия седловой точки [12; 13].

Напомним необходимые для дальнейшего рассмотрения понятия теории бескоалиционных игр n лиц:

$N = \{1,2,\ldots,n\}$ — множество номеров игроков. Предполагается, что игроки упорядочены, а далее, при анализе, будем отождествлять игрока с его номером;

X_i — множество стратегий игрока i (предполагается, что оно конечно);

H_i — функция выигрыша игрока, определенная на декартовом произведении множеств стратегий игроков $X = \prod_{i=1}^{n} X_i$, которое называется множеством ситуаций игры;

$(x \| x_i')$ — ситуация, которая получается из ситуации $x = (x_1, x_{2,\ldots,} x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \ldots, x_n)$ заменой стратегии x_i игрока i на его стратегию x_i', т. е. $(x \| x_i') = (x_1, x_{2,\ldots,} x_{i-1}, x_i', x_{i+1}, \ldots, x_n)$.

При этом ситуация $x^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$ названа ситуацией равновесия по Нэшу, если для всех $x_i \in X_i$ и всех $i \in N$ имеет место неравенство $H_i(x^*) \geq H_i(x^* \| x_i)$. В бескоалиционных играх под оптимальными следует понимать не действия того или иного игрока (т. е. его индивидуальную стратегию), а совокупность действий всех игроков — ситуацию в ней.

Далее приведем понятия, необходимые для дальнейшего изложения теории нечетких множеств и нечеткой логики [14; 15; 16; 17; 18; 19; 20]. Нечетким множеством $\hat{A}$ на универсальном множестве U называют совокупность пар $\left(\mu_{\hat{A}}(u), u\right)$, где $u \in U, \mu_{\hat{A}}(u) \in [0,1]$, а функция $\mu_{\hat{A}}(u)$ — степень принадлежности элемента $u \in U$ к нечеткому множеству $\hat{A}$. Подходы к определению вида используемых в исследованиях функций принадлежности и их построению приведены, например, в работе А. Н. Борисова, О. А. Крумберг, И. П. Федорова и статье А. В. Леоненкова [21; 22].

Подмножество $\hat{A}$ универсального множества U определим как носитель нечеткого множества $\hat{A}$, если $\mu_{\hat{A}}(u) > 0$ для любого $u \in \hat{A}$ и $\mu_{\hat{A}}(u) = 0$ для любого $u \in U \setminus \breve{A}$. Функция принадлежности треугольного нечеткого числа $\hat{D}$ (тройка чисел c,d,f, где $c \le d \le f$) обозначена в виде $\mu_{\hat{D}}(v)$ и представлена следующим образом:

$$\mu_{\hat{D}}(v) = \begin{cases} \dfrac{v-c}{d-c}, \text{ если } v \in [c,d], \\ \dfrac{f-v}{f-d}, \text{ если } v \in [d,f], \\ 0, \text{ иначе.} \end{cases}$$

Введем вслед за такими авторами, как Л. Заде и С. Д. Штовба [23; 24], понятия конъюнкции и дизъюнкции нечетких высказываний. Конъюнкция нечетких высказываний Ф и Ψ (записывается $\Phi \wedge \Psi$) трактуется как логическая операция. Ее результатом является нечеткое высказывание, для которого $\mu(\Phi \wedge \Psi) = \min\{\mu(\Phi), \mu(\Psi)\}$. Дизъюнкцией нечетких высказываний Ф и Ψ (записывается $\Phi \vee \Psi$) назовем логическую операцию с результатом в виде нечеткого высказывания, для которого $\mu(\Phi \vee \Psi) = \max\{\mu(\Phi), \mu(\Psi)\}$.

Вернемся к бескоалиционным играм. В дальнейшем, если не оговорено противное, будем рассматривать бескоалиционные игры n лиц с фиксированными конечными множествами стратегий игроков. Пусть G есть множество всех таких игр. Предположим, что для любого $i \in N$ и любого $x \in X$ выигрыш $H_i(x) \in [a,b]$, $[a,b]$ — некоторый замкнутый промежуток. Множество G предлагаем рассматривать как универсальное множество, где заданы нечеткие множества — нечеткие бескоалиционные игры, т. е. игры, в которых выигрыши игроков характеризуются как нечеткие и задаются нечеткими числами. Функцию принадлежности нечеткой бескоалиционной игры $\hat{g}$ обозначим $\mu_{\hat{g}}(g), g \in G$. Выигрыш игрока k в игре $g \in G$ в ситуации x будем обозначать $H_k^g(x)$.

Рассмотрим нечеткую бескоалиционную игру $\hat{g}$. Обозначим через $\hat{D}_x^{\hat{g},k}$ нечеткое число, являющееся выигрышем игрока с номером k в нечеткой игре $\hat{g}$ в ситуации $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $x_i \in X_i$ при $i = 1,2,\ldots,n$; функцию принадлежности этого нечеткого числа будем обозначать как $\mu_{x_1,x_2,\ldots,x_n}^{\hat{g},k}(v) = \mu_x^{\hat{g},k}(v)$.

Пусть четким значением нечеткой игры $\hat{g}$ является обычная («четкая») игра $g \in G$. Выигрыш игрока k в ситуации x в этом случае обозначим $\hat{D}_x^{\hat{g},k}(g)$, тогда $\hat{D}_x^{\hat{g},k}(g) = H_k^g(x)$. Будем предполагать, что $\hat{D}_x^{\hat{g},k} = c_x^{\hat{g},k}, d_x^{\hat{g},k}, f_x^{\hat{g},k}$. При этом $\mu_x^{\hat{g},k}\left(c_x^{\hat{g},k}\right) = \mu_x^{\hat{g},k}\left(f_x^{\hat{g},k}\right) = 0$, $\mu_x^{\hat{g},k}\left(f_x^{\hat{g},k}\right) = 1$.

Итак, можно записать:

$$\mu_x^{\hat{g},k}(v) = \begin{cases} p_x^{\hat{g},k}(v), \text{ если } c_x^{\hat{g},k} \le v \le d_x^{\hat{g},k}, \\ r_x^{\hat{g},k}(v), \text{ если } d_x^{\hat{g},k} \le v \le f_x^{\hat{g},k}, \\ 0, \text{ в остальных случаях,} \end{cases} \quad (1)$$

где функции $p_x^{\hat{g},k}(v)$ предполагаются как строго возрастающие, а функции $r_x^{\hat{g},k}(v)$ — строго убывающие для любой игры, любого игрока и любой ситуации.

Отметим, что равенство $\mu_x^{\hat{g},k}(v) = a$ $(0 \le a \le 1)$, кроме случая, когда $\mu_x^{\hat{g},k}(v) = 1$, имеет два решения: одно больше $d_x^{\hat{g},k}$, другое — меньше.

Отталкиваясь от понятия «ситуация равновесия по Нэшу» [13], под решением игры будем понимать ситуацию, которая с максимальной надежностью признана ситуацией равновесия по Нэшу. Рассмотрим нечеткую игру $\hat{g}$ и ее функцию принадлежности $\mu_{\hat{g}}(g), g \in G$. Опираясь на формулу (1), будем исходить из того, что $\mu_{\hat{g}}(g) = \min\limits_{\substack{1 \le k \le n \\ x \in X}} \mu_x^{\hat{g},k}\left(H_k^{\hat{g}}(x)\right)$.

Через g_x обозначим игру («четкую»), где ситуация x является ситуацией равновесия по Нэшу. Через g_x^{max} обозначим игру g_x, для которой надежность того, что ситуация x будет равновесной по Нэшу, максимальна:

$$\mu_{\hat{g}}\left(g_x^{\max}\right) = \max_{g_x \in G} \mu_{\hat{g}}(g_x). \quad (2)$$

Пусть $\mu_{\hat{g}}\left(g_x^{\max}\right) = u_x$. Величина u_x — это максимальное значение степени надежности того, что ситуация x в рассматриваемой нечеткой игре $\hat{g}$ характеризуется как ситуация равновесия по Нэшу. Формула (2) следует из определения дизъюнкции в нечеткой логике. Решением рассматриваемой нечеткой игры $\hat{g}$ будем считать ситуацию x_0, для которой максимум степени надежности того, что она является ситуацией равновесия по Нэшу, максимален среди всех ситуаций.

Задача по отысканию указанного решения игры сводится к задачам математического программирования (в частном случае треугольных нечетких чисел — к задачам линейного программирования), по одной задаче для каждого игрока и каждой ситуации [25; 26; 27]. В каждой из них находится максимальная степень надежности того, что соответствующая ситуация является седловой точкой. Решением рассматриваемой нечеткой игры предлагаем считать седловую точку в игре с выигрышами как оптимальным планом в задаче, для которой указанная степень надежности максимальна.

Проанализируем нечеткую игру $\hat{g}$ и ситуацию x_0. Пусть максимум степени надежности того, что ситуация x_0 в описанной игре — это ситуация равновесия по Нэшу, равен u_0. Обозначим такую игру в виде $g_{x_0}^{\max}$: $\mu_{\hat{g}}\left(g_{x_0}^{\max}\right) = u_0$. Чтобы ситуация x_0 стала ситуацией равновесия по Нэшу в игре $g \in G$, должны выполняться такие неравенства, как $H_k^g(x_0) \ge H_k^g((x_0 \parallel x_k'))$, $k = 1,2,\ldots,n$, $x_k' \in X_k$.

Чтобы ситуация x стала ситуацией равновесия по Нэшу с надежностью, не меньшей u, в игре с множеством функций выигрышей, задаваемых нечеткими числами $\hat{D}_x^{\hat{g},k}$, должна найтись такая «четкая» игра g с функциями выигрышей $H_1^g, H_2^g, \ldots, H_n^g$, где для нее были бы выполнены следующие неравенства:

$$H_i^g(x) \geq H_i^g((x \parallel x_i))$$

для всех $x_i \in X_i$ и $i = 1,2,\ldots,n$,

$$u \leq \mu_y^{\hat{g},k}\left(H_i^g(y)\right)$$

для всех $y \in X$ и $i = 1,2,\ldots,n$.

Тогда требование о том, чтобы надежность u_{x_0} того, что ситуация x_0 является ситуацией равновесия по Нэшу, была бы максимальной, эквивалентно требованию о том, что $u_{x_0} = 0$ или является решением задачи:

$$\begin{cases} u \to \max, \\ u \leq p_{(x_0\|x_k)}^{\hat{g},k}(H_k(x_0 \parallel x_k)),\ x_k \in X_k,\ (x_0 \parallel x_k) \neq x_0, \\ k = 1,2,\ldots,n, \\ p_{(x_0\|x_k)}^{\hat{g},k}(H_k(x_0 \parallel x_k)) \leq 1,\ x_k \in X_k,\ (x_0 \parallel x_k) \neq x_0, \\ k = 1,2,\ldots,n, \\ u \leq r_{(x_0\|x_k)}^{\hat{g},k}(H_k(x_0)),\ k = 1,2,\ldots,n, \\ r_{(x_0\|x_k)}^{\hat{g},k}(H_k(x_0)) \leq 1,\ k = 1,2,\ldots,n, \\ u \geq 0,\ u \leq 1, \\ H_k(x_0) \geq H_k(x_0 \parallel x_k),\ x_k \in X_k,\ k = 1,2,\ldots,n, \\ c_{x_0}^{\hat{g},k}(\hat{g}) \leq H_k(x_0) \leq f_{x_0}^{\hat{g},k}(\hat{g}),\ k = 1,2,\ldots,n. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь $H_k(x)$, $x \in X, k = 1,2,\ldots,n$ — неизвестные выигрыши в искомой четкой игре $g \in G$.

Рассмотрим, следуя позиции Заде и Беллмана [19; 20], нечеткую задачу математического программирования с нечетким множеством допустимых планов $\hat{g}$ и нечеткой целью, задаваемой нечетким множеством $\hat{\Phi}$. Нечеткие множества $\hat{g}$ и $\hat{\Phi}$ определены на универсальных множествах G и $G \times X$ соответственно, имеют функции принадлежности $\mu_{\hat{g}}(g), g \in G$ и $\mu_{\hat{\Phi}}(g,x)$, $g \in G$, $x \in X$ соответственно.

Положим:

$$\mu_{\hat{\Phi}}(g,x) = \begin{cases} \Im(g,x), \text{ если } x \text{ — седловая точка} \\ \qquad \text{в игре } g, \\ 0, \text{ иначе,} \end{cases}$$

где $\Im(g,x)$ — степень уверенности в том, что равновесная по Нэшу ситуация x в игре g является эффективной, т. е. выигрыши игроков в ситуации x, равновесной по Нэшу в игре g, «достаточно близки» к максимально возможным.

В качестве нечеткого решения предлагаем рассматривать нечеткое множество $\hat{Sol}$ на универсальном множестве $G \times X$ с функцией принадлежности $\mu_{\hat{Sol}}(g,x)$, $g \in G$, $x \in X$:

$$\mu_{\hat{Sol}}(g,x) = \min\left\{\mu_{\hat{g}}(g), \mu_{\hat{\Phi}}(g,x)\right\}.$$

Пусть $\mu_{\hat{Sol}}(g_0,y_0) = \max\limits_{\substack{g \in G \\ x \in X}} \mu_{\hat{Sol}}(g,x)$. Тогда в качестве решения анализируемой нечеткой игры $\hat{g}$ с учетом идей Заде и Беллмана рассмотрим ситуацию y_0. Для определения в заданной ситуации x_0 величины $\max\limits_{g \in G} \mu_{\hat{Sol}}(g,x_0)$ необходимо решить следующую задачу математического программирования:

$$\begin{cases} u \to \max, \\ u \leq p_{(x_0\|x_k)}^{\hat{g},k}(H_k(x_0 \parallel x_k)),\ x_k \in X_k,\ (x_0 \parallel x_k) \neq x_0, \\ k = 1,2,\ldots,n, \\ p_{(x_0\|x_k)}^{\hat{g},k}(H_k(x_0 \parallel x_k)) \leq 1,\ x_k \in X_k,\ (x_0 \parallel x_k) \neq x_0, \\ k = 1,2,\ldots,n, \\ u \leq r_{(x_0\|x_k)}^{\hat{g},k}(H_k(x_0)),\ k = 1,2,\ldots,n, \\ r_{(x_0\|x_k)}^{\hat{g},k}(H_k(x_0)) \leq 1,\ k = 1,2,\ldots,n, \\ u \geq 0,\ u \leq 1,\ u \leq \Im(g,x), \\ H_k(x_0) \geq H_k(x_0 \parallel x_k),\ x_k \in X_k,\ k = 1,2,\ldots,n, \\ c_{x_0}^{\hat{g},k}(\hat{g}) \leq H_k(x_0 \parallel x_k) \leq f_{x_0}^{\hat{g},k}(\hat{g}),\ x_k \in X_k, \\ k = 1,2,\ldots,n. \end{cases} \tag{4}$$

Игра g однозначно определяется множеством чисел $\{H_k(x) : x \in X,\ k = 1,2,\ldots,n\}$.

Результаты и обсуждение

На основе представленного выше обоснования математического аппарата решим задачу (4) для каждого $x_0 \in X$. В качестве искомого y_0 возьмем такую ситуацию x_0, для которой оптимальное значение целевой функции задачи (4) максимально. Конкретизируем основную идею предлагаемого в статье подхода. Например, на рынке действуют две фирмы, продающие одинаковый товар. Каждая из них может продавать свой товар по высокой или низкой цене:

1) если обе фирмы будут торговать по высокой цене, то спрос на их товар снизится. В результате объем продаж у каждой из них также снизится, что негативно повлияет на прибыль;
2) если обе фирмы назначат низкие цены на товар, то, естественно, снизится рентабельность продаж. В итоге выигрыш каждой из фирм вновь будет незначительным;
3) наконец, возможна третья ситуация, когда одна фирма назначит высокую цену, а другая — низкую. Это, естественно, приведет к переключению покупателей на приобретение товара второй фирмы. Объем сбыта первой фирмы уменьшится, а второй — увеличится. В итоге прибыль первой фирмы уменьшится из-за оттока покупателей, а второй — возрастет из-за их притока.

Таблица 1

Моды нечетких выигрышей, млн руб.

		Фирма 2	
		Цена высокая (b_1)	Цена низкая (b_2)
Фирма 1	Цена высокая (a_1)	(1,4; 1,5)	(1,3; 1,0)
	Цена низкая (a_2)	(2,3; 0,3)	(1,2; 1,1)

Таблица 2

Функции принадлежности нечетких выигрышей игроков

Игрок (k)	**Ситуация** ($x=(i,j)$)	$\left[c_x^{\hat{g},k}, d_x^{\hat{g},k}\right]$ $\left(p_x^{\hat{g},k}(v)\right)$	$\left[d_x^{\hat{g},k}, f_x^{\hat{g},k}\right]$ $\left(r_x^{\hat{g},k}(v)\right)$
1	(1, 1)	$v/1{,}4$	$(3-v)/1{,}6$
	(1, 2)	$v/1{,}3$	$(3-v)/1{,}7$
	(2, 1)	$v/2{,}3$	$(3-v)/0{,}7$
	(2, 2)	$v/1{,}2$	$(3-v)/1{,}8$
2	(1, 1)	$v/1{,}5$	$(3-v)/1{,}5$
	(1, 2)	$v/1{,}0$	$(3-v)/2{,}0$
	(2, 1)	$v/0{,}3$	$(3-v)/2{,}7$
	(2, 2)	$v/1{,}1$	$(3-v)/1{,}9$

Предполагается, что рассматриваемая игра — бескоалиционная, и суммарная прибыль фирм не превосходит некую заданную величину, которую мы примем для определенности равной трем миллионам рублей. Прибыль фирмы пропорциональна числу покупателей и цене продажи, число же покупателей при разных политиках продаж является нечетким. Такая ситуация определяется условиями реальных рынков. На рынках совершенной конкуренции, обычно анализируемых в современных учебниках по экономической теории, когда действует условие полной информированности всех рыночных субъектов, а принцип экономической рациональности в их поведении выступает в качестве основного, разница в ценах приводит к тому, что фирма, назначающая повышенную цену при продаже товара, полностью теряет продажи. Эмпирические данные о функционировании реальных рынков показывают, что ситуация неодинаковости цен у разных продавцов на условно-одинаковые товары — это, скорее, правило, а не исключение. Поэтому предполагается, что прибыль задана треугольными нечеткими числами $0, d_{ij}, 3$, моды которых $d_{ij,} i, j - 1{,}2$ указаны в таблице 1.

С учетом значений, приведенных в таблице 1, и предположения о виде нечетких множеств, задающих выигрыши игроков в различных ситуациях, можно построить их функции принадлежности. Они имеют вид, представленный в таблице 2.

Будем искать ситуацию y_0, для которой максимум степени надежности того, что она является ситуацией равновесия по Нэшу, максимален среди всех ситуаций. Для примера охарактеризуем ситуацию (1, 1). Для нее задача (3) превращается в следующую задачу:

$$\begin{cases} u \to \max, \\ 2{,}3u - H_1(2{,}1) \le 0, \\ u - H_2(1{,}2) \le 0, \\ H_1(2{,}1) \le 2{,}3, \\ H_2(1{,}2) \le 1, \\ 1{,}6u + H_1(1{,}1) \le 3, \\ 1{,}5u + H_2(1{,}1) \le 3, \\ H_1(1{,}1) \ge 1{,}4, \\ H_2(1{,}1) \ge 1{,}5, \\ 0 \le u \le 1, \\ H_1(1{,}1) - H_1(2{,}1) \ge 0, \\ H_2(1{,}1) - H_2(1{,}2) \ge 0, \\ 0 \le H_1(1{,}1) \le 3, \\ 0 \le H_2(1{,}1) \le 3, \\ 0 \le H_1(2{,}1) \le 3, \\ 0 \le H_2(1{,}2) \le 3. \end{cases} \tag{5}$$

Решая эту задачу, получаем следующий результат: максимальная степень надежности того, что ситуация (1, 1) является равновесной, будет $10/13 \cong 0{,}77$. Данный результат характерен, например, для игры с матрицей выигрышей, приведенной в таблице 3.

Решая аналогично задачу (3) для остальных ситуаций, получим такие показатели: для ситуации (1, 2) максимальная степень надежности, с которой она является равновесной, будет $30/31 \cong 0{,}97$, для ситуации (2, 1) — $30/38 \cong$

Таблица 3

Пример матрицы выигрышей в игре g, для которой ситуация (1, 1) является равновесной и $\mu_{\hat{g}}\left(g_{(1,1)}^{\max}\right)=10/13$

		Фирма 2	
		Цена высокая (b_1)	Цена низкая (b_2)
Фирма 1	Цена высокая (a_1)	(23/13; 1,5)	(1,3; 1,0)
	Цена низкая (a_2)	(23/13; 0,3)	(1,2; 1,1)

Таблица 4

Пример матрицы выигрышей в игре g, для которой ситуация (1, 2) является равновесной и $\mu_{\hat{g}}\left(g_{(1,1)}^{\max}\right)=10/13$

		Фирма 2	
		Цена высокая (b_1)	Цена низкая (b_2)
Фирма 1	Цена высокая (a_1)	$\left(\frac{42}{31};\frac{15}{10}\right)$	$\left(\frac{42}{31};\frac{33}{31}\right)$
	Цена низкая (a_2)	$\left(\frac{23}{10};\frac{3}{10}\right)$	$\left(\frac{12}{10};\frac{33}{31}\right)$

≅ 0,79, для ситуации (2, 2) — 30/41 ≅ 0,73. Сравнивая полученные решения, находим, что с максимальной надежностью (0,97), равновесной по Нэшу ситуацией является ситуация (1, 2). Соответственно, примером игры g, для которой $\mu_{\hat{g}}(g)=0{,}97$ и ситуация (1, 2) будет равновесной, служит игра с матрицей выигрышей, отраженной в таблице 4.

Таким образом, оптимальной стратегией, согласно предлагаемому подходу, базирующемуся на привнесении в методический аппарат моделирования рыночного поведения фирмы с использованием методического инструментария теории игр, элементов теории нечетких множеств и нечеткой логики, для фирмы 1 является первая стратегия, для фирмы 2 — вторая стратегия.

Заключение

Разработанный и апробированный методический подход к выявлению оптимальной стратегии рыночного поведения фирм на основе нечеткого игрового моделирования, описанный в статье, позволяет фирмам осуществлять поиск оптимальных стратегий с учетом несовершенства реальных рынков. Поэтому он может применяться для моделирования поведения фирм в условиях «не чистого» рынка, в том числе в смешанной экономике, где наблюдается та или иная степень планово-административного влияния на хозяйственные процессы со стороны государства. Следует отметить, что любая игра при использовании предлагаемого подхода имеет решение в чистых стратегиях, чего нельзя сказать о классическом подходе. Кроме того, достоинство предложенного подхода состоит в том, что если задана «классическая» игра с четкими выигрышами, имеющая ситуацию равновесия по Нэшу, то, рассматривая ее как игру с нечеткими выигрышами, носителями которых являются моды, в качестве решения можно получить ситуацию равновесия.

Литература

1. *Вертакова Ю. В., Харченко Е. В., Железняков С. С.* Интеграция подходов к управлению современной организацией: монография. Курск: Юго-Западный государственный университет, 2010. 524 с.
2. *Макаров И. Н., Морозова Н. С., Моисеева И. И.* Финансовая устойчивость компании в условиях турбулентной экономики: учетно-аналитическая проблематика // Известия Санкт-Петербургского государственного экономического университета. 2019. № 3 (117). С. 39–44.
3. *Мильгунова И. В., Вертакова Ю. В., Колмыкова Т. С.* Формирование и оценка конкурентных преимуществ промышленных предприятий. Курск: Юго-Западный государственный университет, 2012. 151 с.
4. *Мунтян Н.* Банкротство компаний: обзор методических подходов // Теория и практика сервиса: экономика, социальная сфера, технологии. 2018. № 4 (38). С. 37–39.
5. *Плотников В. А.* Обеспечение конкурентоспособности российского предпринимательства // Экономика и управление. 2009. № 10 (48). С. 23–26.
6. Евразийская политическая экономия / под ред. И. А. Максимцева, Д. Ю. Миропольского, Л. С. Тарасевича. СПб.: Санкт-Петербургский государственный экономический университет, 2016. 767 с.

7. *Плотников В. А.* Понятие смешанной экономики: эволюция развития и современная трактовка // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Экономика. Социология. Менеджмент. 2018. Т. 8. № 2 (27). С. 8–16.
8. *Харламов А. В., Вунотропиди А. Ф.* Совершенствование государственного регулирования национальной экономики в условиях глобальной нестабильности // Известия Санкт-Петербургского государственного экономического университета. 2015. № 3 (93). С. 47–51.
9. *Васильев Ю. М., Фридман Г. М.* Математическое моделирование европейского газового рынка: расширенная оптимизационная модель прогнозирования потоков газа по системе трубопроводов // Известия Санкт-Петербургского государственного экономического университета. 2019. № 3 (117). С. 15–24.
10. *Плотников П. В.* Теоретические подходы к моделированию экономических явлений и процессов // Актуальные вопросы развития современного общества: сб. ст. IV Междунар. науч.-практ. конф. Курск: Юго-Западный государственный университет. 2014. С. 297–301.
11. *Черных А. К., Вилков В. Б.* Об одном подходе к решению матричных игр на основе теории нечетких множеств и нечеткой логики // Журнал исследований по управлению. 2019. Т. 5. № 3. С. 38–51.
12. *Нейман Дж. фон, Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение / пер. с англ. М.: Наука, 1970. 707 с.
13. *Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Семина Е. А.* Теория игр. М.: Высшая школа, 1998. 304 с.
14. *Вилков В. Б., Флегонтов А. В., Черных А. К.* Математическая модель задачи о распределении в условиях неопределенности // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2018. № 2. С. 180–191.
15. *Вилков В. Б., Черных А. К., Флегонтов А.* В. Теория и практика оптимизации решений на основе нечетких множеств и нечеткой логики. СПб.: Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, 2017. 160 с.
16. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств / пер. с франц. М.: Радио и связь, 1982. 429 с.
17. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д. А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 312 с.
18. Прикладные нечеткие системы / пер. с яп.; под ред. Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. М.: Мир, 1993. 368 с.
19. *Zadeh L. A.* Fuzzy sets // Information and Control. 1965. Vol. 8. No. 3. P. 338–353. DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X
20. *Bellman R. E., Zadeh L.* A Decision-making in a fuzzy environment // Management Science. 1970. Vol. 17. No. 4. P. 141–164. DOI: 10.1287/mnsc.17.4.B141
21. *Борисов А. Н., Крумберг О. А., Федоров И. П.* Принятие решений на основе нечетких моделей. Примеры использования. Рига: Зинатне, 1990. 184 с.
22. *Леоненков А. В.* Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzy TECH. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 736 с.
23. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / пер. с англ. М.: Мир, 1976. 166 с.
24. *Штовба С. Д.* Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику. Винница: УНИВЕРСУМ-Винница, 2001. 71 с.
25. *Абрамов Л. М., Капустин В. Ф.* Математическое программирование. Л.: Ленинградский государственный университет, 1981. 328 с.
26. *Плотников В. А., Серегин С. С.* Управление рыночными рисками деятельности предприятий на основе использования методов нечеткой логики // Экономика и управление. 2011. № 3 (65). С. 79–82.
27. *Тарасов В. Н., Бахарева Н. Ф.* Математическое программирование. Теория, алгоритмы, программы. Самара: Гольфстрим, 2007. 222 с.

References

1. Vertakova Yu.V., Kharchenko E.V., Zheleznyakov S.S. Integration of approaches to managing a modern organization. Kursk: Southwestern State University; 2010. 524 p. (In Russ.).
2. Makarov I.N., Morozova N.S., Moiseeva I.I. Financial stability of a company in a turbulent economy: Accounting and analytical issues. *Izvestiya Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo ekonomicheskogo universiteta.* 2019;(3):39-44. (In Russ.).
3. Mil'gunova I.V., Vertakova Yu.V., Kolmykova T.S. Formation and assessment of competitive advantages of industrial enterprises. Kursk: Southwestern State University; 2012. 151 p. (In Russ.).
4. Muntyan N. Company bankruptcy: An overview of methodological approaches. *Teoriya i praktika servisa: ekonomika, sotsial'naya sfera, tekhnologii.* 2018;(4):37-39. (In Russ.).
5. Plotnikov V.A. Ensuring the competitiveness of Russian entrepreneurship. *Ekonomika i upravlenie = Economics and Management.* 2009;(10):23-26. (In Russ.).
6. Maksimtsev I.A., Miropol'skii D.Yu., Tarasevich L.S., eds. Eurasian political economy. St. Petersburg: St. Petersburg State University of Economics; 2016. 767 p. (In Russ.).
7. Plotnikov V.A. The concept of a mixed economy: Evolution of development and modern interpretation. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Ekonomika. Sotsiologiya. Menedzhment = Proceedings of South-West State University. Series Economics. Sociology. Management.* 2018;8(2):8-16. (In Russ.).

8. Kharlamov A.V., Vunotropidi A.F. Improving state regulation of the national economy in the context of global instability. *Izvestiya Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo ekonomicheskogo universiteta.* 2015;(3):47-51. (In Russ.).
9. Vasil'ev Yu.M., Fridman G.M. Mathematical modeling of the European gas market: An extended optimization model for predicting gas flows through a pipeline system. *Izvestiya Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo ekonomicheskogo universiteta.* 2019;(3):15-24. (In Russ.).
10. Plotnikov P.V. Theoretical approaches to modeling economic phenomena and processes. In: Actual problems of the development of modern society. Proc. 4th Int. sci.-pract. conf. Kursk: Southwestern State University; 2014:297-301. (In Russ.)
11. Chernykh A.K., Vilkov V.B. On one approach to solving matrix games based on the theory of fuzzy sets and fuzzy logic. *Zhurnal issledovanii po upravleniyu = Journal of Management Studies.* 2019;5(3):38-51. (In Russ.).
12. Neuman J. von, Morgenstern O. Theory of games and economic behavior. Princeton: PUP Publ.; 1955. 641 p. (Russ. ed.: Neuman J. von, Morgenstern O. Teoriya igr i ekonomicheskoe povedenie. Moscow: Nauka; 1970. 707 p.).
13. Petrosyan L.A., Zenkevich N.A., Semina E.A. Game theory. Moscow: Vysshaya shkola; 1998. 304 p. (In Russ.).
14. Vilkov V.B., Flegontov A.V., Chernykh A.K. Mathematical model of the distribution problem under uncertainty. *Differentsial'nye uravneniya i protsessy upravleniya = Differential Equations and Control Processes*. 2018;(2):180-191. (In Russ.).
15. Vilkov V.B., Chernykh A.K., Flegontov A.V. Theory and practice of decision optimization based on fuzzy sets and fuzzy logic. St. Petersburg: Herzen State Pedagogical University of Russia; 2017. 160 p. (In Russ.).
16. Kaufmann A. Introduction à la théorie des sous-ensembles flous: A l'usage des ingénieurs (fuzzy sets theory): Applications à la linguistique à la logique et à la sémantique. Paris: Masson et Cie; 1973. 235 p. (Russ. ed.: Kaufmann A. Vvedenie v teoriyu nechetkikh mnozhestv. Moscow: Radio i svyaz'; 1982. 429 p.).
17. Pospelov D.A., ed. Fuzzy sets in management and artificial intelligence models. Moscow: Nauka; 1986. 312 p. (In Russ.).
18. Terano T., Asai K., Sugeno M., eds. Applied fuzzy systems. Transl. from Jap. Moscow: Mir; 1993. 368 p. (In Russ.).
19. Zadeh L.A. Fuzzy sets. *Information and Control*. 1965;8(3):338-353. DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X
20. Bellman R.E., Zadeh L.A. Decision-making in a fuzzy environment. *Management Science*. 1970;17(4):141-164. DOI: 10.1287/mnsc.17.4.B141
21. Borisov A.N., Krumberg O.A., Fedorov I.P. Making decisions based on fuzzy models. Examples of using. Riga: Zinatne; 1990. 184 p. (In Russ.).
22. Leonenkov A.V. Fuzzy modeling in MATLAB and fuzzy TECH. St, Petersburg: BHV-Peterburg; 2005. 736 p. (In Russ.).
23. Zadeh L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. Part 1. Information Sciences. 1975;8(3):199-249. Part 2. Information Sciences. 1975;8(4):301-357. Part 3. Information Sciences. 1975:9(1):43-80. (Russ. ed.: Zadeh L.A. Ponyatie lingvisticheskoi peremennoi i ego primenenie k prinyatiyu priblizhennykh reshenii. Moscow: Mir; 1976. 166 p.).
24. Shtovba S.D. An introduction to fuzzy set theory and fuzzy logic. Vinnytsia: Universum- Vinnytsia; 2001. 71 p. (In Russ.).
25. Abramov L.M., Kapustin V.F. Mathematical programming. Leningrad: Leningrad State University; 1981. 328 p. (In Russ.).
26. Plotnikov V.A., Seregin S.S. Management of market risks of enterprises' activities based on the use of fuzzy logic methods. *Ekonomika i upravlenie = Economics and Management.* 2011;(3):79-82. (In Russ.).
27. Tarasov V.N., Bakhareva N.F. Mathematical programming. Theory, algorithms, programs. Samara: Gulf Stream; 2007. 222 p. (In Russ.).

Сведения об авторах

Вилков Валерий Борисович

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры общенаучных и общетехнических дисциплин

Военная академия материально-технического обеспечения им. генерала армии А. В. Хрулёва

198504, Санкт-Петербург, Петергоф, Суворовская ул., д. 1, Россия

(✉) e mail: amirusha@rambler.ru

Information about Authors

Valeriy B. Vilkov

Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of General Scientific and Technical Disciplines

Military Academy of Logistics Named after Army General A.V. Khruleva

1, Suvorovskaya Str., Petergof, St. Petersburg, 198504, Russia

(✉) e mail: amirusha@rambler.ru

Плотников Владимир Александрович*

доктор экономических наук, профессор, профессор кафедры общей экономической теории и истории экономической мысли[1], профессор кафедры менеджмента и государственного и муниципального управления[2]

[1] Санкт-Петербургский государственный экономический университет

191023, Санкт-Петербург, Садовая ул., д. 21, Россия

[2] Санкт-Петербургский университет технологий управления и экономики

190103, Санкт-Петербург, Лермонтовский пр., д. 44а, Россия

* корреспондирующий автор

(✉) e-mail: plotnikov_2000@mail.ru

Плотников Павел Владимирович

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

193232, Санкт-Петербург, пр. Большевиков, д. 22/1, Россия

(✉) e-mail: pavplot@gmail.com

Черных Андрей Климентьевич

доктор технических наук, доцент, профессор кафедры информатики и математики

Санкт-Петербургский военный ордена Жукова институт войск национальной гвардии Российской Федерации

198206, Санкт-Петербург, Летчика Пилютова ул., д. 1, Россия

(✉) e-mail: nataliachernykh@mail.ru

Поступила в редакцию 18.09.2020
Подписана в печать 05.10.2020

Vladimir A. Plotnikov*

D.Sci., Ph.D. in Economics, Professor, Professor of the Department of General Economic Theory and the History of Economic Thought[1], Professor Ъof the Department of Management, State and Municipal Administration[2]

[1] St. Petersburg State University of Economics

21, Sadovaya Str., St. Petersburg, 191023, Russia

[2] St. Petersburg University of Management Technologies and Economics

Lermontovskiy Ave 44/A, St. Petersburg, 190103, Russia

* Corresponding Author

(✉) e-mail: plotnikov_2000@mail.ru

Pavel V. Plotnikov

Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics

The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications

22/1, Bol'shevikov Ave., St. Petersburg, 193232, Russia

(✉) e-mail: pavplot@gmail.com

Andrey K. Chernykh

D.Sci., Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Professor of the Department of Informatics and Mathematics

St. Petersburg Military Order of Zhukov Institute of National Guard Troops of the Russian Federation

1, Letchika Pilyutova Str., St. Petersburg, 198206, Russia

(✉) e-mail: nataliachernykh@mail.ru

Received 18.09.2020
Accepted 05.10.2020